



## Elektrizität III

### 10.1 Elektrische Arbeit und elektrische Leistung

- Die in einem elektrischen Leiter verrichtete **elektrische Arbeit** ist umso größer,...
  - ... je größer die angelegte **Spannung U** ist
  - ... je größer die **Stromstärke I** ist
  - ... je **länger (Zeitdauer)** der Leiter vom Strom durchflossen wird.

- Es gilt also  $W \sim U$ ,  $W \sim I$ ,  $W \sim t$ . Eine Gleichung, die diese Bedingung erfüllt, lautet:

$$W = U \cdot I \cdot t \quad [\text{Ws, kWh}]$$

- Die **Einheit der Arbeit** ergibt sich zu VAs; aus der Mechanik wissen wir jedoch, dass die Einheit der Arbeit Nm ist und aus der Wärmelehre ergibt sich als Einheit der Arbeit J (Joule). Wie wir später noch sehen werden, ergibt das Produkt von Volt mal Ampère die Einheit Watt (W), so dass wir schreiben können:

$$1\text{Nm} = 1\text{Ws} = 1\text{VAs} = 1\text{J}$$

- Weitere geläufige Einheiten der elektrischen Arbeit sind neben der Wattsekunde (Ws) auch Einheiten, wie Wattstunde ( $1\text{Wh} = 3'600\text{Ws}$ ) oder auch Kilowattstunden kWh ( $1\text{kWh} = 1'000\text{Wh} = 3'600'000\text{Ws}$ ).

- Unter der **elektrischen Leistung P** versteht man den Quotienten aus der verrichteten elektrischen Arbeit  $W_{el}$  und der dafür benötigten Zeit t.

$$P = \frac{W_{el}}{t} \quad [\text{W}]$$

- Die **elektrische Leistung P** ist das Produkt aus angelegter Spannung und Stromstärke. Die Einheit der Leistung ist Watt (W).

$$P = \frac{W_{el}}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I \quad [\text{W}]$$



### 10.2 Vertiefung des Spannungsbegriffes

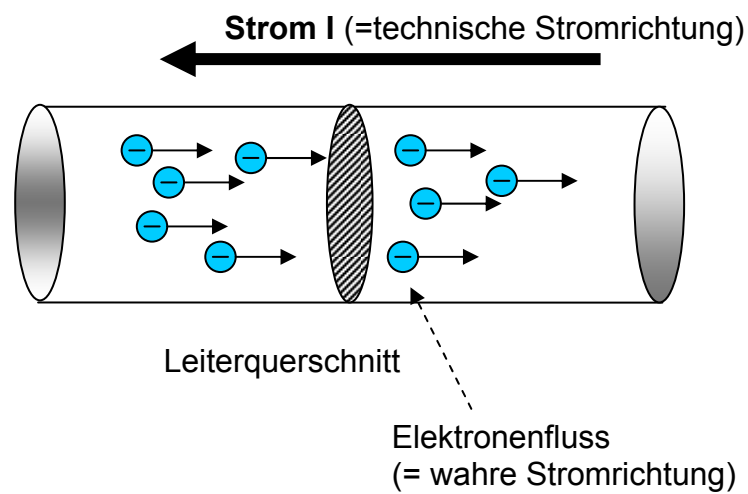
- Der elektrische Strom  $I$  ist definiert als die verschobene Ladung  $Q$ , die innerhalb einer gewissen Zeit durch einen Leiterquerschnitt fließt. Es gilt:

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = I \cdot t$$

Wie wir wissen, ist die elektrische Arbeit nach folgender Formel definiert:

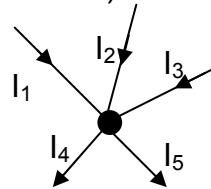
$$W = U \cdot I \cdot t \xrightarrow{I \cdot t = Q} W = U \cdot Q$$

Die elektrische Arbeit ist das Produkt aus verschobener Ladung  $Q$  und angelegter Spannung  $U$ . Die Einheit der Ladung  $Q$  ist gleich C (Coulomb) oder As (Amperesekunden). Es gilt  $1Ah = 3'600As$



### 10.3 Kirchhoff'sche Regeln

- 1. Kirchhoff'sche Regel= Knotenregel:** In einem Knoten (Verzweigungspunkt) ist die Summe der hineinfließenden Ströme gleich der Summe der herausfließenden Ströme. Die hineinfließenden Ströme zeigen in Richtung des Knotens, die herausfließenden (wegfließenden) Ströme zeigen vom Knoten weg.



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

$$\sum I_{zu} = \sum I_{ab}$$

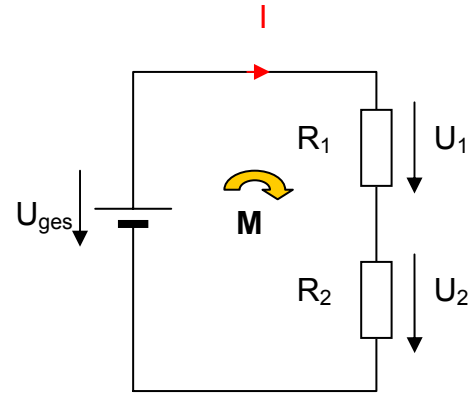
- **2. Kirchhoff'sches Gesetz = Maschenregel:** In einer geschlossenen Masche ist die Summe aller Spannungen stets gleich 0V. Die Spannungen in Zählpfeilrichtung werden positiv gezählt, die Spannungen entgegen der Zählpfeilrichtung werden negativ gezählt. Die Maschenrichtung kann dabei willkürlich festgelegt werden. In einer Masche gilt also:

$$\sum U_i = 0V$$

$$\sum U = -U_{ges} + U_1 + U_2 = 0V \Rightarrow U_{ges} = U_1 + U_2$$

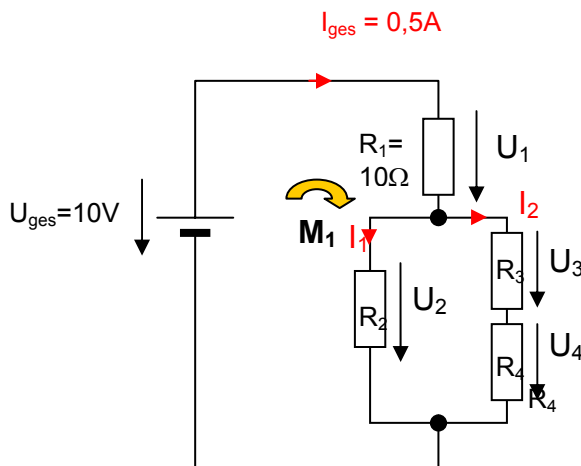
Weiterhin gilt:  $U_1 = I \cdot R_1$  und  $U_2 = I \cdot R_2$   
 $U_1$  und  $U_2$  nennen wir Teilspannungen.

Wir erhalten also:  $U_{ges} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2$



### Beispielaufgabe:

In der folgenden Aufgabe sind alle Teilspannungen und Teilströme zu berechnen.



$$R_4 = 10\Omega$$

$$R_3 = 10\Omega$$

$$R_2 = 20\Omega$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 0,5A \cdot 10\Omega = 5V$$

$$M_1 : -U_{ges} + U_1 + U_2 = 0V \Rightarrow U_2 = U_{ges} - U_1 = 5V$$

$$K : I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_1 - I_2 = 0,5A - 0,25A = 0,25A$$

$$U_3 = I_3 \cdot R_3 = 0,25A \cdot 10\Omega = 2,5V = U_4$$

### 10.4 Ersatzwiderstände

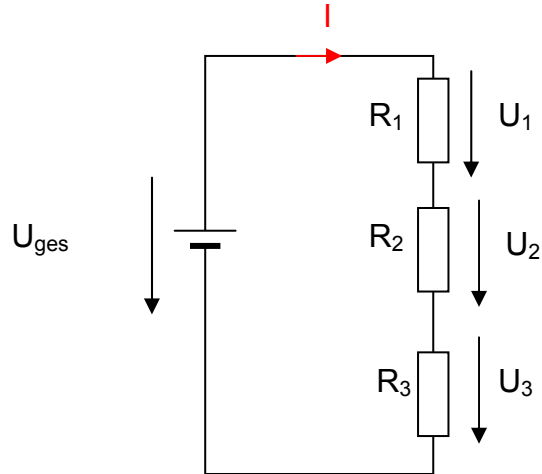
- **Reihenschaltung (Serieschaltung):** In der Reihenschaltung ist der Strom  $I$  an jeder Stelle gleich groß. Die Gesamtspannung  $U_{ges}$  ist gleich der Summe aller Teilspannungen. Der Gesamtwiderstand ist gleich der Summe der Teilwiderstände.

$$U_{ges} = U_1 + U_2 + U_3$$

$$I \cdot R_{ges} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3$$

$$I \cdot R_{ges} = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3$$



Bei nur **zwei in Reihe geschalteten Widerständen** gilt:

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_{ges}}{R_{ges}}. \text{ Hieraus leitet sich die Formel für den Spannungsteiler ab:}$$

Die Teilspannungen verhalten sich zu ihren Teilwiderständen, wie die Gesamtspannung zum Gesamtwiderstand.

So ergibt sich beispielsweise für  $U_1$  die Formel:

$$U_1 = \frac{R_1 \cdot U_{ges}}{R_{ges}}$$

- **Parallelschaltung:** In der Parallelschaltung ist die Spannung  $U$  an jeder Stelle gleich groß. Der Gesamtstrom  $I_{ges}$  ist gleich der Summe aller Teilströme. Der Gesamtwiderstand ist kleiner als der kleinste Teilwiderstand.

$$U_{ges} = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$$

$$I_{ges} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

Herleitung der Formel des Gesamtwiderstandes der Parallelschaltung aus drei parallel geschalteten Widerständen:



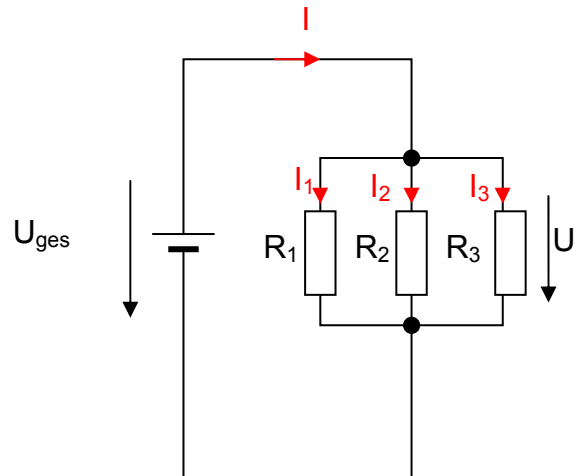
$$I_{ges} = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{U}{R_{ges}} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

$$U \cdot \frac{1}{R_{ges}} = U \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$



Bei nur **zwei parallel geschalteten Widerständen** lässt sich die obige Formel folgendermaßen schreiben:

$$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

(Merke: Produkt durch Summe).

Sind **n gleiche Widerstände parallel geschaltet**, so ist der Gesamtwiderstand:

$$R_{ges} = \frac{R}{n}$$

## 10.5 Widerstand eines Drahtes

- Der Widerstand eines Drahtes ist umso größer, je länger der Draht ist ( $R \sim l$ ) und umso kleiner, je größer seine Querschnittsfläche ist ( $R \sim 1/A$ ).

$$R \sim \frac{l}{A}$$

Um aus dieser Proportionalität eine Gleichung zu erhalten, wird eine Materialkonstante  $\rho$  eingeführt, die wir als **spezifischen Widerstand** bezeichnen. Der spezifische Widerstand  $\rho$  ist der Widerstand eines 1 Meter langen Leiters der Querschnittsfläche  $A = 1 \text{ mm}^2$ , gemessen bei  $20^\circ\text{C}$ .

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

### 10.6 Anwendung der Schaltung von Widerständen

- Messbereichserweiterung von Strommessern:** Ein Strommesser soll einen möglichst **kleinen Innenwiderstand** haben, damit das Messergebnis nicht verfälscht wird, denn der Strommesser wird in Reihe (Serie) geschaltet. Soll ein möglichst großer Strom gemessen werden, sorgt ein parallel geschalteter Widerstand („shunt“) dafür, dass der „überschüssige“ Strom umgeleitet wird.

Beispiel:

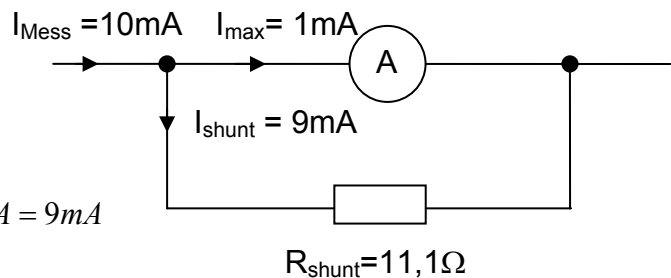
Ein Strommesser hat einen Innenwiderstand von  $R_i = 100\Omega$  und bei  $U_{\max} = 100\text{mV}$  Vollausschlag. Es soll ein Strom von  $I_{\text{Mess}} = 10\text{mA}$  gemessen werden.

$$R_{\text{shunt}} = R_{\text{parallel}} = R_p$$

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R_i} = \frac{0,1\text{V}}{100\Omega} = 0,001\text{A}$$

$$I_{\text{shunt}} = I_{\text{Mess}} - I_{\max} = 10\text{mA} - 1\text{mA} = 9\text{mA}$$

$$R_{\text{shunt}} = \frac{U_{\max}}{I_{\text{shunt}}} = \frac{100\text{mV}}{9\text{mA}} = 11,1\Omega$$



- Messbereichserweiterung von Spannungsmessern:** Ein Spannungsmesser wird stets parallel geschaltet. Damit das Messergebnis nicht verfälscht wird, muss der Spannungsmesser einen möglichst **großen Innenwiderstand** besitzen. Soll der Messbereich erweitert werden, so muss ein Vorwiderstand vor den Spannungsmesser geschaltet werden.

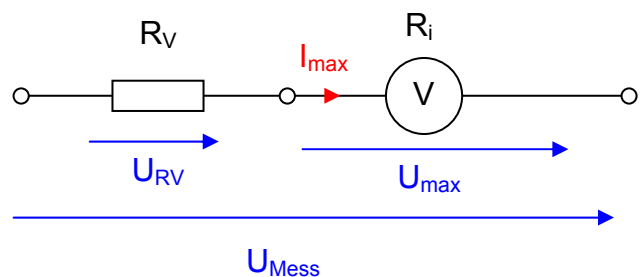
Beispiel:

Ein Spannungsmesser hat im 1V-Messbereich einen Innenwiderstand von  $R_i = 10\text{k}\Omega$ . Es soll aber eine Spannung von bis zu 5V gemessen werden können.

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R_i} = \frac{1\text{V}}{10\text{k}\Omega} = 0,0001\text{A}$$

$$U_{RV} = U_{\text{Mess}} - U_{\max} = 5\text{V} - 1\text{V} = 4\text{V}$$

$$R_V = \frac{U_{RV}}{I_{\max}} = \frac{4\text{V}}{0,0001\text{A}} = 40\text{k}\Omega$$





- **Innenwiderstand einer Spannungsquelle:** Jede Spannungsquelle besitzt einen Innenwiderstand. Bei größer werdender Belastung steigt der Spannungsabfall am Innenwiderstand immer weiter an. Im Leerlauf hingegen ist der Spannungsabfall am Innenwiderstand vernachlässigbar und an den Klemmen liegt in diesem Fall die Ursprungsspannung (Quellenspannung  $U_q$ ). Die Formel der Klemmenspannung ergibt sich nach folgender Gleichung:

$$U_{KI} = U_q - U_{Ri}$$

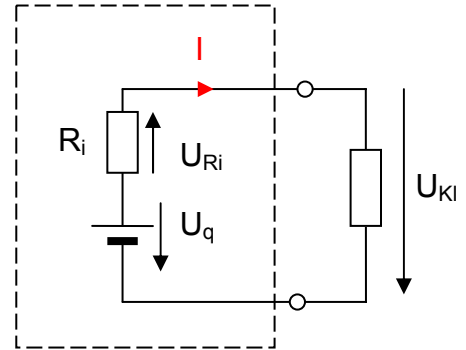
$$U_{KI} = U_q - I \cdot R_i$$

Im Kurzschlussfall ist die Klemmenspannung  $U_{KL} = 0V$  und der Innenwiderstand ergibt sich dann zu:

$$0V = U_q - I_K \cdot R_i \Rightarrow R_i = \frac{U_q}{I_K}$$

Im Leerlauf

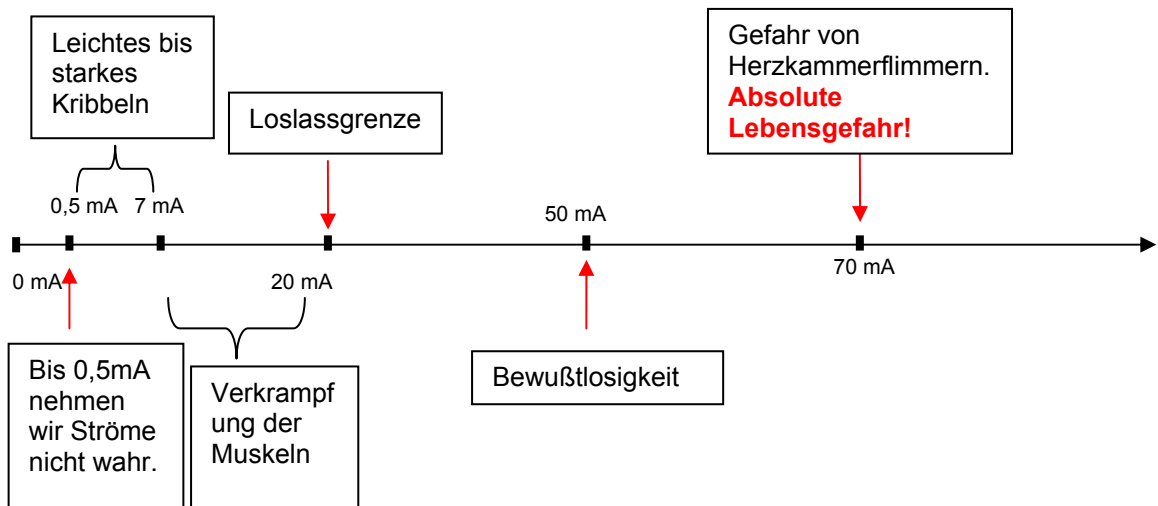
hingegen ist der Strom  $I = 0A$  und die Klemmenspannung  $U_{KI} = U_q$ .



### 10.7 Schutzmaßnahmen gegen Gefahren des elektrischen Stromes

- Der Körper des Menschen leitet den Strom. Die Wirkung des Stromes auf den menschlichen Körper ist abhängig von der...
  - ... **Stromstärke I**
  - ... der **Einwirkungsdauer t**
  - ... der **Stromart** (Wechselströme von 50Hz sind gefährlicher, als Gleichströme)
  - ... dem **Weg des Stromes** durch den menschlichen Körper
  - ... der **individuellen Empfindlichkeit**

Normalerweise geht man beim menschlichen Körper von einem Widerstand von  $2k\Omega$  aus, obwohl dieser Wert erheblich schwanken kann. Spannungen bis 24V sind normalerweise ungefährlich.

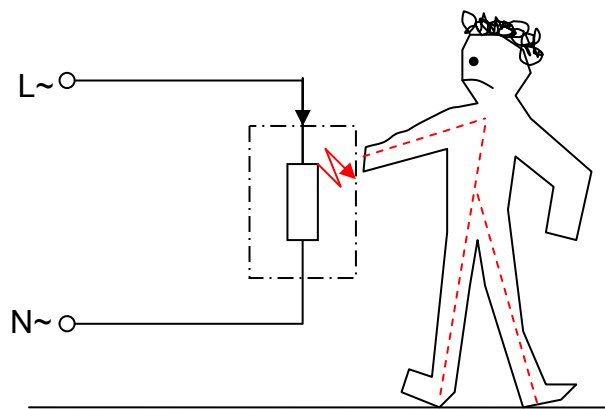


- Wie wir alle wissen, bestehen elektrische Leitungen meist aus drei Adern:
  1. dem **Außenleiter oder Phase L** (meist schwarz)  
(kann mit Polprüfer/Phasenprüfer ermittelt werden)
  2. dem **Nulleiter oder Neutralleiter N** (blau)
  3. dem **Schutzleiter oder Erdung PE** (grün-gelb)

Im Normalfall fließt der Strom von der Phase L kommend über den Verbraucher zum Nulleiter hin.

Welche Aufgabe hat der Schutzleiter?

Wir erklären dies an einem Beispiel: Liegt durch einen Fehler an einem Gerät der Außenleiter am Gehäuse an, so würde die Person bei Berührung des Gerätes einen Stromschlag erleiden. Ist das Gehäuse jedoch geerdet, fließt der Strom über den Schutzleiter ab und der Person passiert nichts.

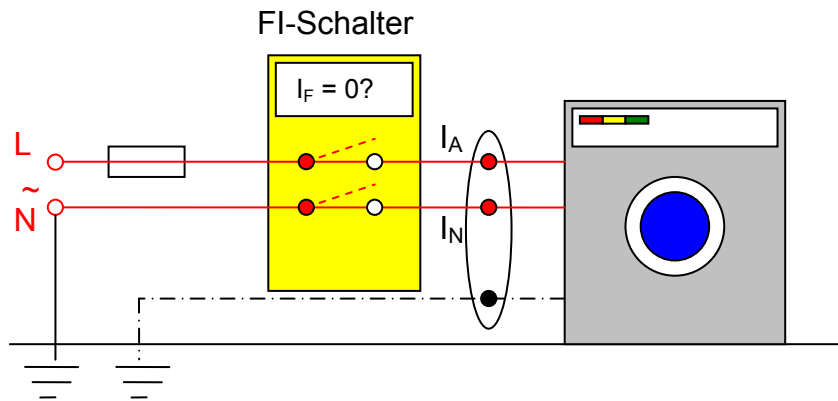


Einen noch besseren Schutz erreicht man, wenn man zusätzlich noch Fehlerstromschutzschalter (FI-Schutzschalter) einsetzt. Im Normalfall ist der Strom im Außenleiter ebenso groß, wie derjenige im Nulleiter. Tritt jedoch ein Fehler auf, so verteilt sich der Außenleiterstrom über den Nulleiter und den Schutzleiter. Der Strom im Nulleiter ist somit kleiner, als der Strom im Außenleiter. Dies registriert der FI-Schutzschalter und unterbricht sofort den Stromkreis.

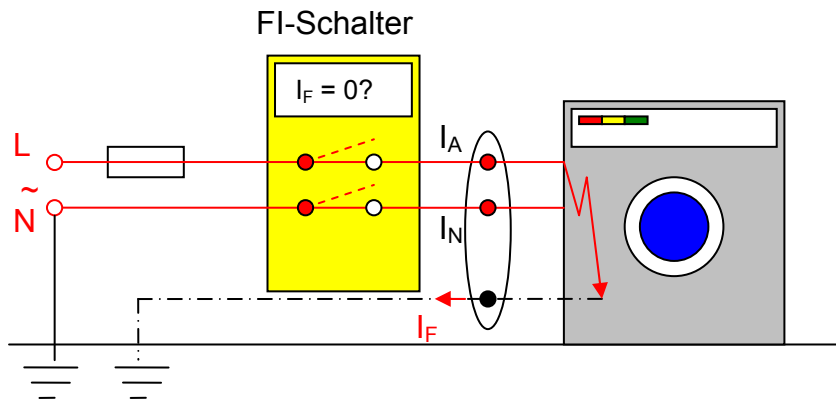




Normalfall:  $I_A = I_N$



Fehlerfall:  $I_A = I_N + I_F$ , also  $I_A > I_N$



### Achtung Lebensgefahr!

Generell sollte niemals die Gefahr im Umgang mit elektrischem Strom unterschätzt werden. Defekte Geräte sollten nur vom Fachmann repariert werden.